

Esercitazione 17 dicembre 2014

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. **(Esercizio 3, Prova 16 luglio 2014)**. Dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{7}[\alpha f(x_i, \eta_i) + f(x_i + \alpha\beta h, \eta_i + \alpha\beta h f(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

è convergente e per quali valori risulta del second'ordine.

2. **(Esercizio 3, Prova 21 febbraio 2014)**. Si studi la stabilità, la consistenza e l'ordine di convergenza del seguente metodo alle differenze finite

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{h}{5}[f(x_k, \eta_k) + 4f(x_k + \frac{5}{8}h, \eta_k + \frac{5}{8}hf(x_k, \eta_k))]$$

3. **(Esercizio 3, Prova 25 giugno 2014)**. Classificare i seguenti metodi alle differenze finite

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &= \eta_k + \frac{h}{7}[f(x_k, \eta_k) + 6f(x_k + \frac{5}{8}h, \eta_k + \frac{5}{8}hf(x_k, \eta_k))] \\ \eta_{k+2} &= 3\eta_{k+1} - 2\eta_k + \frac{1}{2}hf(x_k, \eta_k) \end{aligned}$$

e discuterne convergenza e ordine.

4. **(Esercizio 3, Prova 31 gennaio 2014)**. Dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente e per quali è del second'ordine.

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{h}{\alpha + 2}[f(x_k, \eta_k) + 2f(x_k + \beta h, \eta_k + \beta hf(x_k, \eta_k))]$$

Stabilire, inoltre, al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$, se il seguente metodo multistep è stabile.

$$\eta_{k+1} = -\gamma\eta_k + 2(2 + \gamma)\eta_{k-1} + h[f(x_k, \eta_k) - f(x_{k-1}, \eta_{k-1})]$$

5. **(Esercizio 7, pag. 68 (Libro))**. Determinare i valori reali del parametro α che rendono ortogonale la matrice

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -\frac{\alpha}{2} \\ 0 & \frac{\alpha}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{\alpha^2}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Per $\alpha = \sqrt{3}$, risolvere il sistema $Qx = b$ con $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e le norme 1, 2 e ∞ di Q .